

Esercizi di Combinatoria

Romualdo Vitale

January 23, 2016

1. Un polinomio omogeneo di grado 12 nelle variabili x, y e z viene ridotto ai minimi termini sommando tra di loro tutti gli eventuali termini simili. Qual è il massimo numero di termini che può avere? Cosa succede se si toglie la condizione che sia omogeneo?
2. Dire quante sono le quaterne (w, x, y, z) di numeri interi non negativi, tali che:

$$w + x + y + z = 10.$$

3. In quanti modi 10 persone possono sedersi ad una tavola rotonda? (Due modi di sedersi vanno considerati identici se si possono ottenere uno dall'altro con una rotazione).
4. Un papà distribuisce 17 caramelle (uguali) alle sue 5 figlie, in modo che ciascuna ne abbia almeno 2. In quanti modi lo può fare?
5. Quanti sono i divisori di 222.288.888.888?
6. Determinare tutti i numeri naturali multipli di 6 e che possiedono esattamente 6 divisori naturali.
7. C'è un ragno con 8 zampe. Su ogni zampa vuole mettere (nell'ordine) un calzino e una scarpa. In quanti modi diversi può farlo?
8. Il re si trova in una casella di vertice di una scacchiera 8×8 . Dire con quanti diversi percorsi, lunghi esattamente 8 mosse, può arrivare nella casella di vertice diametralmente opposta, passando per almeno una delle quattro caselle centrali.
9. **(Finale nazionale a squadre di Cesenatico)** Chiamiamo pronunciabile una parola in cui non compaiono due o più consonanti consecutive. Quanti sono gli anagrammi pronunciabili della parola *MATEMATICA*?
10. **(Finale nazionale a squadre di Cesenatico)** Durante il processo, Radice si accorge che sta ricominciando a crescere. Tuttavia non si tratta di una crescita graduale, ma avviene in sei passi successivi. La \mathbb{Q} di cuori si spaventa e ordina di tagliarle la testa, gettandole contro tutti i suoi soldati, le ormai minuscole carte del mazzo. In questo turbinio di suoni e di colori, Radice si sveglia accanto alla sua gatta Diny e si accorge di aver sognato tutto. Si ricorda solo che prima del primo passo era alta esattamente come

il \mathbb{K} di cuori, che al termine del sesto era alta $12!$ (dodici fattoriale) volte il \mathbb{K} e che dopo ogni passo la sua altezza è diventata un multiplo intero di quella precedente. È possibile inoltre che durante qualche passo questo multiplo fosse 1, cioè che non sia cresciuta affatto. Se analizziamo le sei altezze al termine di ogni passo, in quanti modi diversi Radice può essere cresciuta?